SEGUNDO PRETORNEO 2015
JUVENIL

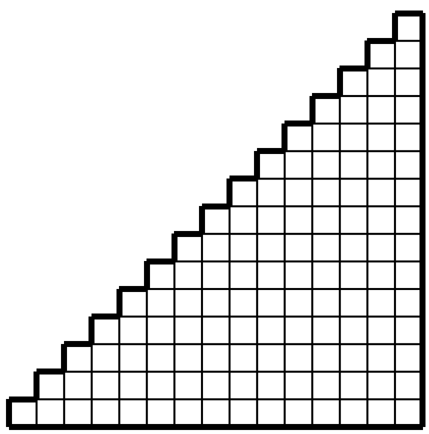
1. ¿Es posible pintar las seis caras de un cubo con tres colores, cada cara de un color, de modo que cada color esté presente pero desde cualquier posición se pueda ver como mucho dos colores. (Desde una posición es posible ver, según la ubicación del cubo, o bien una cara, o bien dos caras con una arista común o bien tres caras con un vértice común.)
Si la respuesta es afirmativa, dar un ejemplo. Si es negativa, justificar el porqué.

4 PUNTOS

2. Alex sumó 10 potencias consecutivas de 2, comenzando desde una potencia de 2, mientras que Boris sumó varios enteros positivos consecutivos, comenzando desde 1.
¿Puede ser que los dos obtengan el mismo resultado?
Si la respuesta es afirmativa, dar un ejemplo. Si es negativa, justificar el porqué.

5 PUNTOS

3. ¿Cuál es el menor número de cuadrados en los que se puede dividir la escalera de 15 pisos de la siguiente figura? (Las líneas de la división deben pasar exclusivamente por líneas de la cuadrícula.)



5 PUNTOS

4. Entre $2n+1$ enteros positivos hay exactamente un 0, mientras que cada número entero desde el 1 hasta el n figura exactamente dos veces. ¿Para qué valores de n, $1 \le n \le 10$, se pueden escribir los $2n+1$ números en una fila de modo que para cada $m = 1, ..., n$ haya exactamente m números entre dos m, o sea, entre los dos 1 haya 1 número, entre los dos 2 haya 2 números, entre los dos 3 haya 3 números, etc.?

5 PUNTOS

MAYOR

1. Alex sumó 100 potencias consecutivas de 2, comenzando desde una potencia de 2, mientras que Boris sumó varios enteros positivos consecutivos, comenzando desde 1. ¿Puede ser que los dos obtengan el mismo resultado?

4 PUNTOS

2. En el lado *AB* de un triángulo *ABC* se marcan los puntos *K* y *L* tales que $KL = BC$ y $AK = LB$. Si *M* es el punto medio del lado *AC*, demostrar que $KML = 90^{o}$.

5 PUNTOS

3. Entre $2n+1$ enteros positivos hay exactamente un 0, mientras que cada número entero desde el 1 hasta el *n* figura exactamente dos veces. ¿Para qué valores de *n* se pueden escribir los $2n+1$ números en una fila de modo que para cada $m = 1,...,n$ haya exactamente *m* números entre dos *m*, o sea, entre los dos 1 haya 1 número, entre los dos 2 haya 2 números, entre los dos 3 haya 3 números, etc.?

5 PUNTOS

4. Alrededor de una circunferencia se escribieron 2015 enteros positivos de modo que la diferencia (resta) entre dos números adyacentes es siempre igual al máximo común divisor de los dos números. Determinar el máximo entero positivo *N* que es con certeza divisor de la multiplicación de los 2015 números escritos.

5 PUNTOS

INFORMACIÓN GENERAL

0. ESTA PRUEBA ES LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 37º TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2015 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2016.

1. EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10º AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2015, INCLUSIVE.
EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11º AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2015, INCLUSIVE.

2. LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

3. LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

4. NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

5. AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

6. PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

7. PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

8. LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 37º TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.